

## 第2学年数学科 数学Ⅱ 学習指導案

### 1 単元名

軌跡と領域

### 2 単元の目標

- ・軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めること。
- ・簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすること。
- ・座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について考察すること。
- ・数量と図形との関係などに着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、コンピュータなどの情報機器を用いて軌跡や不等式の表す領域を座標平面上に表すなどして、問題解決に活用したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること。

### 3 評価規準

知識・技能 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">知</span>	思考・判断・表現 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">思</span>	主体的に学習に取り組む態度 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">態</span>
<ul style="list-style-type: none"> <li>●軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めることができる。</li> <li>●簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすることができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>●座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について考察することができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>●粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとするとともに、問題解決過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。</li> </ul>

### 4 指導計画

パフォーマンス課題を取り入れた取組

・家庭学習での取組

時	学習活動	学習のねらい
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>●図形の関係性に着目して、座標平面上の点の軌跡を求める。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・同値関係に注意しながら式の変形を行い、軌跡の方程式を求めることができる。</li> <li>・求めた軌跡の方程式を図形として解釈し、適切に表現することができる。</li> </ul>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>●線分の midpoint の軌跡を求める。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・媒介変数を設定し、図形の関係性に着目して式を立て、同値関係に注意しながら式の変形を行い、軌跡の方程式を求めることができる。</li> <li>・求めた軌跡の方程式を図形として解釈し、適切に表現することができる。</li> </ul>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>●直線や円を境界線とする領域について理解する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・直線の方程式や円の方程式を基にして、不等式の表す領域を求めたり、領域を不等式で表したりすることができる。</li> </ul>
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>●連立不等式の表す領域について理解する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・連言(かつ)、選言(または)の意味に注意しながら、連立不等式の表す領域について理解することができる。</li> </ul>

5	<ul style="list-style-type: none"> <li>●論理関係に着目して、領域を利用した証明について理解する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・命題「<math>p</math>ならば<math>q</math>」を領域の包含関係を利用して証明し、必要条件と十分条件について理解を深めることができる。</li> </ul>
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>●領域を用いた最大値と最小値の求め方について理解する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・線形計画法を用いて二変数一次式の最大値・最小値を求めることができる。</li> <li>・線形計画法の「条件を変更したり、一般化したりした類題および解答例」を読み解き、言語活動を充実させることで、家庭学習のレポート課題につなげる。</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>・第6時終了後、ルーブリックを基にしながら家庭学習で問題づくりのレポート課題に取り組み、単元全体を振り返る。</li> </ul>		
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>●単元のまとめのパフォーマンス課題に取り組む。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・家庭学習で作成したレポートを生徒同士で相互評価を行い、作成したレポートの問題や解答をよりよいものに修正することで、「数学の事象」を数学化する。</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>・第7時での、生徒同士の相互評価を基に、自らが作成した問題例と解答例の修正を行う。その際「数学探究ノート」にパフォーマンス課題に取り組んだ過程の振り返りを行う。</li> </ul>		



10分

●なぜ  $x + y = k$  とおけば、最大値が求められるのだろうか。

● $x + y$  の最小値を求めるにはどうしたらよいだろうか。

◇解答をノートに作成する。

☆ $x + y = k$  は座標平面上で常に和が  $k$  となる点の集合を表している。

☆最大値と同じように考えて、 $y$  切片が最も小さいときを考えればよい。

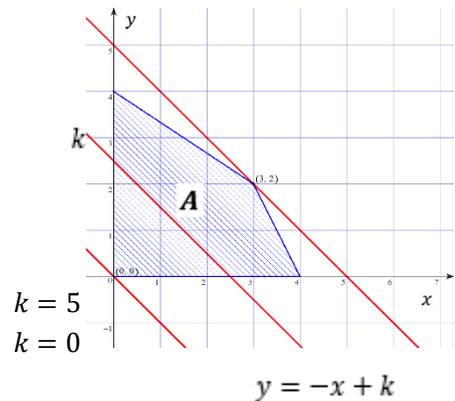
- ・意見が出なければ、 $x + y = 3$  を満たす線分を領域  $A$  上に図示するように指示し、具体的に考えてみるように誘導する。
- ・言語活動が停滞しているときは、「言語活動を行う際の着眼点」を用いるように促す。

- ①「理由や根拠を質問・説明する」
- ②「比較・関連付けて質問・説明する」
- ③「新たな視点から捉え直して質問・説明をする」

**解答例** 与えられた連立不等式を表す領域を  $A$  とする。  
 領域  $A$  は 4 点  $(0, 0), (4, 0), (3, 2), (0, 4)$  を頂点とする四角形の周および内部である。

$x + y = k \cdots \textcircled{1}$   
 とおくと、これは傾きが  $-1$ 、 $y$  切片が  $k$  である直線を表す。この直線  $\textcircled{1}$  が領域  $A$  と共有点をもつときの  $k$  の値の最大値、最小値を求めればよい。

領域  $A$  においては、直線  $\textcircled{1}$  が点  $(3, 2)$  を通るとき  $k$  は最大で、そのとき点  $(0, 0)$  を通るとき  $k$  は最小で、そのときである。したがって  $x + y$  は  $x = 3, y = 2$  のとき最大値  $5$  をとり、 $x = 0, y = 0$  のとき最小値  $0$  をとる。



20分

◇「数学探究ノート」の類題と解答例を読み解く。

<課題> 「数学探究ノート」の「数学の事象」の類題①と類題②と解答例を読み解く。

- 条件を変更することで線形計画法の最大値や最小値がどのように変わるか、考えてみよう。
- 隣の人と立式の根拠や元の問題との違いを話し合ってみよう。

☆不等式の向きを変えただけで領域の形が変わる。  
 ☆ $x - y$  にするだけで傾きが変わる。どう考えればよいのだろう。  
 ☆ $x$  や  $y$  に自然数という条件を加えると、必ずしも領域の頂点のときに、最大値や最小値をとるとは限らない。

- ・個人で考える時間を持った後、グループで意見を交流する。

■：座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について考察することができる。

『学習活動の観察』

- ・意見が出なければ指導者から具体的な相違点を示し、理由や根拠を発問する。

	<p>◇話し合った内容を発表する。</p> <p>●「数学探究ノート」のレポート課題に家庭学習で取り組んでみよう。</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・数学的な見方・考え方を育むために、計算だけに頼るのではなく、図やグラフを利用し、具体化することの大切さに気づくようにする。</li> <li>・次の時間に、ルーブリックに従ってレポートの相互評価を行うことを指示する。</li> </ul>
--	---	--	---

### 準備物

- ・数学探究ノート
- ・大型提示装置

■は、評価基準を表す。

第6時と第7時の間の家庭学習

◇学習活動	・指導上の留意点																
◇「数学探究ノート」のレポート課題の問題例と解答例を作成してくる。	・事前にルーブリックを提示し、生徒が評価の観点を意識してレポート課題に取り組めるようにする。																
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">レポート課題</td> </tr> <tr> <td style="width: 50%;"></td> <td style="text-align: right;">年 組 番 氏名</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <b>課題</b> 類題を参考にしながら、例題の不等式の不等号の向きを変えたり、条件を変えたりして、最大値が5になるような問題と解答例をつくりなさい。         </td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <b>例題</b> <math>x, y</math> が4つの不等式  <math>x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12</math>            を同時に満たすとき、<math>x + y</math>の最大値、最小値を求めよ。         </td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 5px;">(作成問題)</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 5px;">(変更した点)</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 5px;">(解答)</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 5px;">・工夫した点や問題を作成して気付いたことを書きなさい。</td> </tr> </table>		レポート課題			年 組 番 氏名	<b>課題</b> 類題を参考にしながら、例題の不等式の不等号の向きを変えたり、条件を変えたりして、最大値が5になるような問題と解答例をつくりなさい。		<b>例題</b> $x, y$ が4つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12$ を同時に満たすとき、 $x + y$ の最大値、最小値を求めよ。		(作成問題)		(変更した点)		(解答)		・工夫した点や問題を作成して気付いたことを書きなさい。	
レポート課題																	
	年 組 番 氏名																
<b>課題</b> 類題を参考にしながら、例題の不等式の不等号の向きを変えたり、条件を変えたりして、最大値が5になるような問題と解答例をつくりなさい。																	
<b>例題</b> $x, y$ が4つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12$ を同時に満たすとき、 $x + y$ の最大値、最小値を求めよ。																	
(作成問題)																	
(変更した点)																	
(解答)																	
・工夫した点や問題を作成して気付いたことを書きなさい。																	

**■①作成した問題に対するルーブリック**  
 (\* 評価方法：数学探究ノート)

- A 不等式や条件を変更することで領域の図形を変え、かつ最大値・最小値を求める関数に変更された問題となっており、最大値を5に設定できている。
- B 最大値・最小値を求める関数はそのままであるが、不等式や条件を変更することで領域の図形を変えており、最大値を5に設定できている。
- C 領域の図形はそのままであるが、最大値・最小値を求める関数に変更され、最大値を5に設定できている。
- D 領域や最大値・最小値を求める関数を変化させようとしている。

**■②解答例の数学的な記述に対するルーブリック**  
 (\* 評価方法：数学探究ノート)

- A 説明が簡潔で、計算の過程がわかりやすく、図やグラフと、式や言葉を関係付けて表現し、正しく解を求めることができている。
- B 説明において、式や言葉を用いて表現・処理し、正しく解を求めることができている。
- C 説明において、式や言葉を組み合わせて表現・処理している。
- D 説明において、式を用いて表現・処理している。

■は、評価基準を表す。

■は、評価規準を表す。

◎学習のねらい

- ・家庭学習で作成したレポートを生徒同士で相互評価を行い、作成したレポートの問題や解答をよりよいものに修正することで、「数学の事象」を数学化する。

第7時の（単元のまとめのパフォーマンス課題に取り組む）展開例

時間	◇学習活動 ●主な発問または指示	☆予想される生徒の反応	・指導上の留意事項
25分	◇課題に取り組む  ●問題づくりの際に、工夫や苦勞した点について4人グループで話し合う。 ●領域や目的関数を変更したとき、線形計画法がどのように一般化されていくのだろうか。 ●発表を聞いた3人は、①、②、③のルーブリックを基にした評価を理由とともに発表者に伝えよう。 ●「数学探究ノート」を交換し、評価や質問コメントを記述しよう。	☆教科書の問題の数字を変えてみたが、交点を整数にするのが難しかった。  ☆必ずしも頂点で最大値や最小値をとるのではないな。  ☆領域の形が変わっていないので「作成した問題に対するルーブリック」の評価はCかな。	・発表を聞いた生徒は、理解できなかったところや問題や解答のルーブリックと照らし合わせて改善点などを発表者に伝える。 ・「本質的な問い」を机間指導で問いかける。 ・評価の根拠を具体的な理由とともに述べるように指示する。 ・言語活動が停滞しているときは、以下の「言語活動を行う際の着眼点」を確認する。
	■③プレゼンテーションにおける態度に対するルーブリック ＜言語活動＞ （＊評価方法：生徒の相互評価）  ①「理由や根拠を明らかにしながら説明できた」 ②「グループの他の生徒の解答と比較・関連付けて説明できた」 ③「問題を新たな視点から捉え直して説明ができた」 A ①、②、③の観点のうち全てに注意しながら説明ができた。 B ①、②、③の観点のうち二つに注意しながら説明ができた。 C ①、②、③の観点のうち一つに注意しながら説明ができた。 D ①、②、③の、どの観点とも異なる独自の観点で説明できた。		①「理由や根拠を質問・説明する」 ②「比較・関連付けて質問・説明する」 ③「新たな視点から捉え直して質問・説明をする」  ■：態粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとするとともに、問題解決過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。 『学習活動の観察・数学探究ノートの分析』
25分	◇振り返りシートに作問の訂正を行う。 ●得られた意見や評価を基に問題や解答例を訂正しよう。	☆グラフでもっと定義域が分かるようにならないといけないな。	・指導者は、提出後の問題を見て再度ルーブリックを基にした評価を行い、最初との改善点を評価する。

準備物・数学探究ノート