

第2学年数学科 数学Ⅱ 学習指導案

1 単元名

軌跡と領域

2 単元の目標

- ・軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めること。
- ・簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすること。
- ・座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について考察すること。
- ・数量と図形との関係などに着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、コンピュータなどの情報機器を用いて軌跡や不等式の表す領域を座標平面上に表すなどして、問題解決に活用したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること。

3 評価規準

知識・技能 知	思考・判断・表現 思	主体的に学習に取り組む態度 態
<ul style="list-style-type: none"> ●軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めることができる。 ●簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ●座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について考察することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ●数学のよさを認識し数学を活用しようとするとともに、問題解決過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

4 指導計画

パフォーマンス課題を取り入れた取組

・家庭学習での取組

時	学習活動	学習のねらい
1	<ul style="list-style-type: none"> ●図形の関係性に着目して、座標平面上の点の軌跡を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> ・同値関係に注意しながら式の変形を行い、軌跡の方程式を求めることができる。 ・求めた軌跡の方程式を図形として解釈し、適切に表現することができる。
2	<ul style="list-style-type: none"> ●線分の midpoint の軌跡を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> ・媒介変数を設定し、図形の関係性に着目して式を立て、同値関係に注意しながら式の変形を行い、軌跡の方程式を求めることができる。 ・求めた軌跡の方程式を図形として解釈し、適切に表現することができる。
3	<ul style="list-style-type: none"> ●直線や円を境界線とする領域について理解する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・直線の方程式や円の方程式を基にして、不等式の表す領域を求めたり、領域を不等式で表したりすることができる。
4	<ul style="list-style-type: none"> ●連立不等式の表す領域について理解する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・連言(かつ)、選言(または)の意味に注意しながら、連立不等式の表す領域について理解することができる。

5	●領域を利用した証明について理解する。	・命題「 p ならば q 」を領域の包含関係を利用して証明し、必要条件と十分条件について理解を深めることができる。
6	●領域を用いた最大値と最小値の求め方について理解する。	・線形計画法を用いて二変数一次式の最大値・最小値を求めることができる。 ・線形計画法の「日常生活や社会の事象」に関する例を読み解き、言語活動を充実させることで、家庭学習のレポート課題につなげる。
<p>・第6時終了後、ルーブリックを基にしながら家庭学習で問題づくりのレポート課題に取り組み、単元全体を振り返る。</p>		
7	●単元のまとめのパフォーマンス課題に取り組む。	・家庭学習で作成したレポートを生徒同士で相互評価を行い、作成したレポートの問題や解答をよりよいものに修正することで、「日常生活や社会の事象」を数理化する。
<p>・第7時での、生徒同士の相互評価を基に、自らが作成した問題例と解答例の修正を行う。その際「数学探究ノート」にパフォーマンス課題に取り組んだ過程の振り返りを行う。</p>		

第6時（領域と最大・最小について理解する）の展開例

■は、評価規準を表す。

◎学習のねらい

- ・線形計画法を用いて二変数一次式の最大値・最小値を求めることができる。
- ・線形計画法の「日常生活や社会の事象」に関する例を読み解き、言語活動を充実させることで、家庭学習のレポート課題につなげる。

◎パフォーマンス課題に取り組む際の本質的な問い

- ・日常生活や社会で、線形計画法をどのように用いることができるのか。

時間	◇学習活動 ●主な発問または指示	☆予想される生徒の反応	・指導上の留意事項
10分	◇教科書の例題の意味をつかむ。		
	<p><例題> x, y が4つの不等式 $x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12$ を同時に満たすとき、$x + y$ の最大値を求めよ。</p>		
	<ul style="list-style-type: none"> ●4つの不等式を満たすxの値やyの値を求めてみよう。 ●いままでの最大値や最小値を求める問題と異なる点は何だろうか。 ●条件の中で、図形的にわかりやすいのはどちらだろうか。 	<ul style="list-style-type: none"> ☆$x = 1$を考えてみる。 ☆$(1, 2)$は満たす。 ☆条件が等式ではなく、不等式で表されている。 ☆対象の関数が二次関数と違い、変数が二つある。 ☆$x + y$ は等式や不等式ではないので表現できない。 	<ul style="list-style-type: none"> ・4つの不等式を同時に満たす点の集合が領域であることを確認する。 ・条件が等式や比例式で与えられたときは、文字消去を行うことが有効であることと、条件が不等式であることの違いに気付くことができるようにする。 ・求める関数も等式ではないことに気付くことができるようにする。

10分

◇条件の領域を作図する。
●では、条件の不等式より領域を作図してみよう。

◇ $x + y$ の最大値を求める方法を考える。

●条件が領域(図形)で与えられていることから $x + y$ をどのように捉えれば、最大値につなげることができるだろうか。

●なぜ $x + y = k$ とおけば、最大値が求められるのだろうか。

● $x + y$ の最小値を求めるにはどうしたらよいだろうか。

◇解答をノートに作成する。

10分

☆直線で囲まれた閉じた領域になる。

☆交点を求めるときは、不等式を方程式に直して連立方程式にすればよい。

☆ $x \geq 0, y \geq 0$ はどのように領域を作図すればよいか。

☆ $x + y$ を図形として扱えるようにする。

☆ $x + y = k$ とおくことで、傾き-1、 y 切片 k の直線を表す。

☆ $x + y = k$ は座標平面上で常に和が k となる点の集合を表している。

☆最大値と同じように考えて、 y 切片が最も小さいときを考えればよい。

・領域の表示が不十分な場合には各直線の交点の座標を求めることを指示する。

■：知簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすることができる。

『学習活動の観察』

・意見が出やすいように、ペアワークやグループワークで考える。

・意見が出なければ、 $x + y = 3$ を満たす線分を領域 A 上に図示するように指示し、具体的に考えるように誘導する。

・言語活動が停滞しているときは、「言語活動を行う際の着眼点」を用いるように促す。

- ①「理由や根拠を質問・説明する」
- ②「比較・関連付けて質問・説明する」
- ③「新たな視点から捉え直して質問・説明をする」

解答例 与えられた連立不等式を表す領域を A とする。

領域 A は 4 点

$(0, 0), (4, 0), (3, 2), (0, 4)$ を

頂点とする四角形の周および内部である。

$$x + y = k \cdots \textcircled{1}$$

とおくと、これは傾きが-1、 y 切片が k である直線を表す。この直線①が領域 A と共有点をもつときの k の値の最大値、最小値を求めればよい。

領域 A においては、直線①が

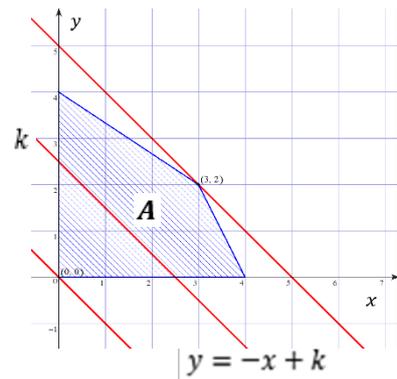
点 $(3, 2)$ を通るとき k は最大で、そのとき $k = 5$

点 $(0, 0)$ を通るとき k は最小で、そのとき $k = 0$

である。したがって $x + y$ は

$x = 3, y = 2$ のとき最大値 5 をとり、

$x = 0, y = 0$ のとき最小値 0 をとる。



<p>20分</p>	<p><課題> 「数学探究ノート」の「日常生活や社会の事象」の類題①、類題②と解答例を読み解く。</p>	
<p>◇「数学探究ノート」の問題例と解答例を読み解く。</p> <ul style="list-style-type: none"> ●日常生活や社会で、線形計画法がどのように用いられているのだろうか、考えてみよう。 ●隣の人と立式の根拠や元の問題との違いを話し合ってみよう。 <p>◇話し合った内容を発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ●「数学探究ノート」のパフォーマンス課題に家庭学習で取り組んでみよう。 	<p>☆制限のある品目ごとに表をつくってまとめると不等式をつくりやすい。</p> <p>☆ $200x + 300y \leq 1200$ は $2x + 3y \leq 12$ と同じになるので、グラフの目盛りは大きくならない。</p> <p>☆ x や y を個数におくと、自然数である条件が加わる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・個人で考える時間を持った後、グループで意見を交流する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>■：☒座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について考察することができる。</p> <p>『学習活動の観察』</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・意見がでなければ指導者から具体的な相違点を示し根拠を発問する。 ・数学的な見方・考え方を育むために、計算だけに頼るのではなく、具体化することで図やグラフを利用することの大切さに気づくようにする。 ・次の時間に、ルーブリックに従ってパフォーマンス課題の相互評価を行うことを指示する。

準備物

- ・数学探究ノート
- ・大型提示装置

■は、評価基準を表す。

■は、評価規準を表す。

◎学習のねらい
・家庭学習で作成したレポートを生徒同士で相互評価を行い、作成したレポートの問題や解答をよりよいものに修正することで、「日常生活や社会の事象」を数学化する。

第7時の（単元のまとめのパフォーマンス課題に取り組む）展開例

時間	◇学習活動 ●主な発問または指示	☆予想される生徒の反応	・指導上の留意事項
25分	<p>◇課題に取り組む</p> <p>●問題づくりの際に、工夫や苦勞した点について4人グループで話し合う。</p> <p>●発表を聞いた3人は、①、②、③のルーブリックを基にした評価を理由とともに発表者に伝えよう。</p> <p>●「数学探究ノート」を交換し、評価や質問コメントを記述しよう。</p>	<p>☆教科書の問題の数字を変えてみたが、交点を整数にするのが難しかった。</p> <p>☆解答をどのように書いたらよいのか迷った。</p> <p>☆領域の形が変わっていないので「作成した問題に対するルーブリック」の評価はCかな。</p>	<p>・発表を聞いた生徒は、理解できなかったところや問題や解答のルーブリックと照らし合わせて改善点などを発表者に伝える。</p> <p>・評価の根拠を具体的な理由とともに述べるように指示する。</p> <p>・言語活動が停滞しているときは、以下の「言語活動を行う際の着眼点」を確認する。</p>
	<p>■③プレゼンテーションにおける態度に対するルーブリック ＜言語活動＞ （＊評価方法：生徒の相互評価）</p> <p>①「理由や根拠を明らかにしながら説明できた」 ②「グループの他の生徒の解答と比較・関連付けて説明できた」 ③「問題を新たな視点から捉え直して説明ができた」</p> <p>A ①、②、③の観点のうち全てに注意しながら説明ができた。 B ①、②、③の観点のうち二つに注意しながら説明ができた。 C ①、②、③の観点のうち一つに注意しながら説明ができた。 D ①、②、③の、どの観点とも異なる独自の観点を説明できた。</p>		<p>①「理由や根拠を質問・説明する」 ②「比較・関連付けて質問・説明する」 ③「新たな視点から捉え直して質問・説明をする」</p>
25分	<p>◇振り返りシートに作問の訂正を行う。</p> <p>●得られた意見や評価を基に問題や解答例を訂正しよう。</p>	<p>☆不必要な条件が含まれていたのを削除しないといけな。</p> <p>☆グラフをもっと定義域がわかるようにかかないといけな。</p>	<p>・指導者は、提出後の問題を見て再度ルーブリックを基にした評価を行い、最初との改善点を評価する。</p>

準備物・数学探究ノート